

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**ТЕРНОПІЛЬСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ**  
**УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ВОЛОДИМИРА ГНАТЮКА**  
**ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

**“ЗАТВЕРДЖУЮ”**

**Ректор**

\_\_\_\_\_ **В.П.Кравець**

\_\_\_\_\_ 2017 р.

**ПРОГРАМА**  
**СПІВБЕСІДИ ЗІ СПЕЦІАЛЬНОСТІ**  
**014.04 СЕРЕДНЯ ОСВІТА (МАТЕМАТИКА)**  
**ДЛЯ ЗДОБУТТЯ СТУПЕНЯ**  
**«МАГІСТР»**

## ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Програму додаткового вступного випробування з математики призначено для абітурієнтів, які бажають здобути кваліфікацію викладача математики за освітньо-кваліфікаційним рівнем «магістр» на основі ступеня «бакалавр», здобутого за іншою спеціальністю.

Метою додаткового вступного випробування з математики є контроль рівня загальної математичної культури випускників і перевірка фактичних знань, умінь та навичок з фундаментальних розділів математики, які є базовими для успішного продовження навчання в магістратурі та аспірантурі.

Програма додаткового вступного випробування екзамену містить основні і найбільш важливі в ідейно-теоретичному і практичному відношенні питання з курсів лінійної алгебри, алгебри і теорії чисел, аналітичної і диференціальної геометрії, математичного та комплексного аналізу.

На вступному випробуванні абітурієнт повинен продемонструвати вміння формулювати означення, аксіоми і теореми, наводити при необхідності ілюстрації, приклади і контрприкладі, доводити теореми і застосувати відповідні факти при розв'язуванні математичних та прикладних задач.

Додаткове вступне випробування з математики проводиться у формі співбесіди.

## Орієнтовний перелік теоретичних питань, які виносяться на співбесіду

### 1. МАТЕМАТИЧНИЙ І КОМПЛЕКСНИЙ АНАЛІЗ

#### МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ

#### Дійсні числа. Числові послідовності.

##### Дійсні числа.

Періодичні і неперіодичні десяткові дробки. Теорія розширення дійсного числа. Арифметичні операції над дійсними числами. Координатна пряма і площина. Числова пряма і площина. Модуль дійсного числа.

##### Числові послідовності та їх границі.

Основні поняття і означення. Нескінченно малі послідовності та їх властивості. Нескінченно великі послідовності та їх зв'язок з нескінченно малими. Збіжні послідовності та їх границі. Арифметичні операції над збіжними послідовностями. Граничний перехід в нерівностях.

##### Обмежені і необмежені множини.

Поняття точної верхньої і нижньої граней та умови їх існування. Основні властивості точних граней. Границя монотонної послідовності.

##### Підпослідовність послідовності.

Основні поняття. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Частинні границі. Верхня, нижня границі послідовності та їх властивості.

#### Функції та їх границі.

##### Функції і їх властивості.

Означення функції. Область визначення і множина значень. Звуження функції. Типи функціональних відображень. Композиція (суперпозиція) відображень. Складна і обернена функції. Обмежені функції. Дійсна функція дійсного аргументу. Графік функції. Арифметичні операційні дії над функціями. Парні і непарні функції. Монотонні функції. Періодичні і неперіодичні функції. Способи задання функцій. Класифікація функцій.

##### Границя функції.

Основні поняття. Границя функції в точці. Основні теореми про границі функції. Граничний перехід в нерівностях. Односторонні границі. Нескінченно малі та їх порівнювання. Нескінченно великі функції та їх зв'язок з нескінченно малими. Границя функції на нескінченності. Нескінченна границя функції. Перша «цікава» границя (її різновидності). Друга «цікава» границя (її різновидності). Інші «цікаві» границі.

#### Неперервність функції. Елементарні функції.

##### Неперервність функції в точці і на множині.

Означення, приклади. Теореми про неперервність суми, добутку і частки неперервних функцій (раціональні операції над неперервними функціями). Неperервність складної функції. Одностороння неперервність функції. Точки розриву функції та їх властивості. Монотонні функції і точки розриву монотонних функцій.

**Властивості функцій, неперервних на відрізку.**

Теореми Больцано-Коші. Теореми Вейєрштрасса. Означення і теорема існування оберненої функції. Рівномірна неперервність. Теорема Кантора.

**Степенева, показникова і логарифмічна функції.**

Степінь з довільним раціональним показником. Степінь з довільним дійсним показником. Функція  $y = a^x$  та її властивості. Логарифмічна функція. Загальна степенева функція. Деякі цікаві границі, зв'язані з цими функціями.

**Інші елементарні функції.**

Гіперболічні функції. Тригонометричні функції. Обернені тригонометричні функції.

**Похідна і диференціал.****Похідна і диференціал.**

Означення похідної. Геометричний і механічний зміст похідної. Диференційованість функції в точці. Зв'язок диференційованості з неперервністю. Диференціювання суми, різниці, добутку і частки. Похідна складної функції. Похідна оберненої функції. Диференціювання степенево-показникової функції. Логарифмічне диференціювання. Похідні основних елементарних функцій. Диференціал функції і його застосування. Інваріантність форми диференціала.

**Похідні і диференціали вищих порядків.**

Похідні вищих порядків. Диференціали вищих порядків. Механічний зміст другої похідної.

**Параметрично задані функції і їх диференціювання.**

Параметрично задані криві. Диференціювання параметрично заданих функцій. Векторнозначні функції дійсної змінної і їх диференціювання. Дотична до кривої.

**Основні теореми диференціального числення і їх застосування.****Основні теореми диференціального числення.**

Теореми Ферма, Ролля, Лагранжа, Коші. Правило Лопіталю. Формула Тейлора. Дослідження функції за допомогою похідної.

Умови постійності, зростання і спадання функції в точці і на проміжку. Максимум і мінімум. Необхідна умова екстремуму. Достатні умови екстремуму. Знаходження найбільших і найменших значень функції, неперервної на відрізку. Випуклі функції. Точки перегину. Асимптоти. Застосування диференціального числення до побудови графіків функцій.

**Невизначений і визначений інтеграл та його застосування.****Поняття невизначеного інтегралу.**

Задача відновлення функції за її похідною. Первісна функції і невизначений інтеграл. Основні властивості невизначеного інтегралу. Таблиця основних інтегралів.

**Методи інтегрування. Основні класи інтегровних функцій.**

Метод розкладу. Інтегрування заміною змінної. Інтегрування частинами. Інтегрування раціональних функцій. Інтегрування найпростіших ірраціональностей і трансцендентних функцій. Підстановки Чебешева та Ейлера.

## **Поняття визначеного інтегралу та його властивості.**

Задачі, які приводять до поняття визначеного інтеграла. Поняття визначеного інтеграла. Необхідна умова інтегрованості функції. Нижні і верхні суми Дарбу і їх властивості. Теорема Дарбу. Критерії інтегрованості функції. Деякі класи інтегрованих функцій (неперервних, монотонних, з скінченною множиною точок розриву). Основні властивості визначеного інтеграла. Визначений інтеграл із змінною верхньою межею. Існування первісної неперервної функції. Обчислення визначеного інтеграла (формула Ньютона-Лейбніца). Інтегрування за частинами і заміна змінної в визначеному інтегралі.

### **Застосування визначеного інтеграла.**

Обчислення площі плоских фігур в декартових і полярних координатах. Обчислення об'ємів тіл обертання. Обчислення довжини гладкої дуги. Обчислення площі поверхні обертання. Обчислення деяких фізичних величин. Теорема Гульдена.

### **Невласні інтеграли.**

Поняття невластивого інтеграла першого типу. Критерій збіжності невластивих інтегралів. Невласний інтеграл першого типу від невід'ємної функції Абсолютна збіжність. Невласні інтеграли другого типу.

## **Числові ряди.**

### **Знакододатні ряди.**

Поняття ряду. Збіжність, розбіжність. Необхідна умова збіжності. Гармонійний ряд. Геометрична прогресія. Елементарні властивості рядів. Критерій Коші збіжності ряду. Ознаки порівняння знакододатніх рядів. Критерій збіжності знакододатнього ряду з монотонно спадними членами. Приклади застосування. Узагальнений гармонійний ряд.

Ознака Куммера. Ознаки Даламбера і Раабе. Співвідношення між ними. Ознаки Раабе і Бертрана. Співвідношення між ними. Ознака Коші. Порівняння ознак Коші і Даламбера. Інтегральна ознака Коші.

### **Знакозмінні ряди.**

Знакозмінні ряди, абсолютна та умовна їх збіжність. Теорема про перестановки абсолютно та умовно збіжних рядів. Ознаки Абеля-Діріхле збіжності числових рядів. Ознака Лейбніца. Оцінка залишку ряду Лейбніца. Проблема збіжності добутку двох збіжних рядів. Теорема Мертенса.

## **Функціональні ряди.**

### **Функціональні ряди.**

Поняття функціонального ряду ( послідовності). Область збіжності. Поточкова і рівномірна збіжність. Критерій Коші рівномірної збіжності послідовності і ряду. Критерій рівномірної збіжності функціональної послідовності. Ознака Вейерштрасса рівномірної збіжності ряду. Ознаки Абеля-Діріхле рівномірної збіжності ряду.

Теорема про неперервність границі рівномірно-збіжної функціональної послідовності. Аналог цієї теореми для ряду. Приклади, які підтверджують точність цих теорем. Теорема про граничний перехід під знаком інтеграла та про

можливість почленного інтегрування ряду. Приклади, що підтверджують точність цих теорем. Теореми про граничний перехід під знаком похідної та про можливість почленного диференціювання ряду. Приклади, що підтверджують точність цих теорем.

### **Степеневі ряди. Розклад функцій в степеневі ряди.**

Степеневий ряд. Область збіжності, інтервал збіжності, радіус збіжності. Теорема Коші-Адамара. Рівномірна збіжність степеневого ряду. Теорема про неперервність суми степеневого ряду. Теорема про інтегрування та диференціювання степеневих рядів. Необхідна умова розкладу функції в степеневий ряд. Приклад Вейерштрасса. II теорема Абеля.

Проблема розкладу функції в степеневий ряд. Єдиність розкладу. Ряд Тейлора. Критерій розкладу функції в степеневий ряд. Розклад основних елементарних функцій в ряди Маклорена. Теорема Вейерштрасса про наближення функції поліномами.

### **Функції багатьох змінних. Основні означення і властивості.**

#### **Функції багатьох змінних. Основні означення і властивості.**

Означення функції багатьох змінних, графік її (у випадку двох змінних). Лінії та поверхні рівня. Границя, неперервність. Неперервність складної функції. Аналог теорем Вейерштрасса і Больцано-Коші для функцій багатьох змінних.

#### **Проблема диференціювання функцій багатьох змінних.**

Частинні похідні та диференційовність і диференціал функції багатьох змінних. Зв'язок між диференційовністю і існуванням частинних похідних та неперервністю. Достатні умови диференційовності. Поняття дотичної площини та геометричний зміст диференційовності і диференціала функції двох змінних. Диференціювання складної функції. Проблема інваріантності форми диференціала функції багатьох змінних. Похідна за напрямком. Градієнт.

#### **Частинні похідні та диференціали вищих порядків.**

Частинні похідні та диференціали вищих порядків. Теореми про рівність змішаних похідних. Проблема інваріантності форми диференціалів вищих порядків. Формула Тейлора.

### **Застосування диференційовності функцій багатьох змінних.**

#### **Екстремум функцій багатьох змінних.**

Поняття екстремуму функції багатьох змінних. Необхідні та достатні умови існування екстремуму функції  $n$  змінних (окремо розглядається випадок функції двох змінних). Умовний екстремум. Найбільше та найменше значення функції в замкненій обмеженій області.

#### **Неявні функції.**

Поняття про неявну функцію. Теореми існування і неперервності, та існування і диференційовності неявної функції однієї і багатьох змінних. Дотична площина до поверхні заданої неявно.

### **Криволінійні інтеграли.**

## **Криволінійні інтеграли першого виду. Основні означення і властивості.**

Задачі, які приводять до поняття криволінійного інтеграла I роду. Криволінійні інтеграли першого роду, властивості, обчислення.

## **Криволінійні інтеграли II роду.**

Криволінійні інтеграли II роду, властивості, обчислення. Теорема про незалежність криволінійного інтеграла від шляху інтегрування. Обчислення площ за допомогою криволінійних інтегралів.

## **Подвійний і потрійний інтеграли**

### **Подвійний інтеграл.**

Квадровні фігури. Площа квадратної фігури. Властивості квадратних фігур. Поняття подвійного інтеграла. Необхідна умова інтегровності. Суми Дарбу і їх властивості. Критерій інтегровності. Деякі класи інтегровних функцій. Властивості подвійного інтеграла (включаючи про незалежність інтеграла від зміни значень функції на множині нульової площі). Обчислення подвійного інтеграла.

Відображення областей. Обчислення площі в криволінійних координатах. Заміна змінної в подвійному інтегралі. Полярна система координат.

### **Потрійний інтеграл.**

Кубовні тіла і їх об'єм. Поняття потрійного інтеграла, обчислення. Заміна змінної в потрійному інтегралі. Циліндрична і сферична системи координат. Поняття про  $n$ -кратний інтеграл.

### **Застосування кратних інтегралів.**

Обчислення об'ємів тіл за допомогою подвійного і потрійного інтегралів. Обчислення площ плоских фігур за допомогою подвійного інтеграла. Циліндр Шварца. Поняття площі поверхні. Обчислення площі поверхні.

## КОМПЛЕКСНИЙ АНАЛІЗ

### **Похідна комплексної функції**

#### **Комплексні числа**

Поняття комплексного числа. Операції над комплексними числами. Зображення комплексних чисел на площині. Тригонометрична форма запису комплексного числа. Числові послідовності і ряди. Необхідна і достатня умови збіжності. Критерій Коші збіжності. Теорема Больцано-Вейєрштрасса. Розширена комплексна площина. Стереографічна проекція. Перестановка членів абсолютно збіжного ряду. Добуток рядів.

#### **Функції із $\mathbb{C}$ в $\mathbb{C}$**

Поняття функції комплексної змінної. Границя, неперервність функції. Властивість функцій комплексної змінної неперервної на обмеженій замкненій множині. Послідовності і ряди функцій комплексної змінної. Рівномірна збіжність. Критерій рівномірної збіжності. Неперервність суми рівномірно збіжного ряду. Ознака Вейєрштрасса рівномірної збіжності ряду.

Степеневі ряди. Радіус і круг збіжності степеневого ряду. Формула Адамара-Коші. Теорема Абеля. Рівномірна збіжність степеневого ряду. Неперервність суми степеневого ряду.

### **Диференційованість функції комплексної змінної**

Похідна функції комплексної змінної. Диференціал. Необхідна і достатня умови існування похідної. Поняття аналітичної функції Геометричний зміст похідної. Конформне відображення. Гармонічні функції. Відновлення аналітичної функції за її дійсною чи уявною частинами.

### **Конформні відображення деякими аналітичними функціями.**

### **Елементарні функції комплексної змінної**

Показникова і тригонометрична функції комплексної змінної. Їх властивості. Формули Ейлера. Лінійна функція і її властивості. Дробова-лінійна функція і її властивості.

Логарифмічна функція і її властивості. Степінь з довільним показником. Виділення однозначних віток многозначних функцій. Степінь і радикал. Виділення однозначних віток логарифмічної функції. Поняття про ріманову поверхню.

### **Інтеграл функції комплексної змінної**

Поняття інтеграла функції комплексної змінної. Властивості, обчислення. Інтегральна теорема Коші, її узагальнення та застосування. Первісна і інтеграл Інтегральне визначення логарифма.

Інтегральна формула Коші. Інтеграл типу Коші. Похідна. Існування похідної будь-якого порядку аналітичної функції.

### **Ряди аналітичних функцій**

### **Розклад аналітичної функції в степеневий ряд**

Теорема Вейєрштрасса про ряди аналітичних функцій. Теорема Коші про розклад аналітичної функції в степеневий ряд. Розклад аналітичної функції в степеневий ряд. Нерівність Коші для коефіцієнтів степеневого ряду. Цілі функції. Теорема Ліувіля. Основна теорема алгебри.

Теорема єдиності аналітичних функцій. Принцип максимуму модуля. Аналітичне продовження.

### **Ряд Лорана**

Ряд Лорана. Теорема Лорана.

Ізольовані особливі точки. Характерні особливості усвної особливої точки та полюса. Істотна особлива ізольована точка Теорема Сохоцького. Нескінченно віддалена точка, як ізольована особлива точка.

### **Лишки**

Поняття лишка. Обчислення лишків. Основна теорема про лишки. Логарифмічний лишок. Принцип аргумента. Теорема Руше.

Застосування лишків до обчислення невластних інтегралів.

**Аналітична геометрія на площині. Лінії першого порядку.****Елементи векторного числення.**

Поняття вектора. Операції над векторами. Добуток вектора на число. Лінійна залежність векторів. Базис. Координати вектора. Скалярний добуток векторів. Векторні підпростори.

**Метод координат на площині.**

Афінна система координат на площині. Прямокутна декартова система координат. Поділ відрізка в заданому відношенні. Полярні координати. Метод координат на площині.

**Пряма на площині.**

Рівняння прямої заданої напрямним вектором і точкою. Рівняння прямої заданої двома точками. Рівняння прямої за кутовим коефіцієнтом. Параметричне рівняння прямої. Загальне рівняння прямої. Взаємне розміщення двох прямих. Відстань від прямої до точки. Кут між двома прямими.

**Лінії другого порядку.****Лінії другого порядку.**

Еліпс. Гіпербола. Парабола. Рівняння еліпсу, гіперболи, параболи в полярній системі координат. Перетин лінії другого порядку з прямою. Асимптотичні напрямки. Центр лінії другого порядку. Дотична до лінії другого порядку. Діаметри ліній другого порядку. Головні напрямки. Головні діаметри.

Класифікація ліній другого порядку. Приведення рівняння лінії другого порядку до канонічного вигляду. Побудова її точок.

**Перетворення площини.**

Перетворення. Група перетворень. Підгрупа групи перетворень. Рухи площини. Аналітичний вираз руху. Осьова симетрія, розклад руху в добуток симетрій. Класифікація рухів площини. Група рухів площини та її підгрупи. Група симетрій геометричної фігури. Перетворення подібності, його аналітична характеристика. Гомотетія. Подібність як добуток гомотетії на рух. Група перетворень подібності площини та її підгрупи. Афінне перетворення, його аналітичний вираз. Група афінних перетворень площини та її підгрупи.

**Аналітична геометрія в просторі.****Векторний та мішаний добуток векторів. Метод координат.**

Афінна система координат у просторі. Поділ відрізка в заданому відношенні. Прямокутна декартова система координат. Відстань між двома точками. Перетворення афінної системи координат. Орієнтація простору. Векторний та мішаний добуток векторів. Обчислення площі трикутника та об'єму тетраедра. Умова компланарності трьох векторів.

**Площини і прямі в просторі**

Різні способи завдання площини. Загальне рівняння площини. Геометричний смисл знака тричлена  $Ax + By + C + D$ . Взаємне розташування площин. Відстань від точки до площини. Кут між двома площинами. Різні способи завдання прямої.

Взаємне розташування двох прямих у просторі. Взаємне розташування прямої та площини. Кут між двома прямими. Кут між прямою та площиною.

### **Поверхні другого порядку.**

#### **Поверхні другого порядку.**

Циліндричні та конічні поверхні другого порядку. Конічні перерізи. Поверхні обертання. Еліпсоїди, гіперболоїди, параболоїди. Прямолінійні твірні поверхонь другого порядку.

#### **Афінний та евклідовий $n$ -вимірний простори.**

Аксіоми Вейля  $n$ -вимірного дійсного афінного простору. Афінна система координат. Означення  $k$ -мірних площин. Взаємне розташування двох площин. Афінні перетворення. Група афінних перетворень, приклади її підгруп. Аксіоми  $n$ -вимірного евклідового простору. Відстань між двома точками, кут між векторами. Ортогональність. Ортонормовані системи координат. Рухи, група рухів простору, приклади її підгруп. Короткі відомості про рухи тривимірного евклідового простору. Перетворення подібності. Група подібностей. Груповий підхід до геометрії.

#### **Квадратичні форми і квадрики.**

Квадратичні форми та квадрики. Зведення квадратичної форми до канонічного виду. Закон інерції. Додатно визначені форми. Квадрики в афінному просторі. Класифікація. Зведення квадратичної форми до канонічного виду за допомогою ортогонального перетворення.

## ПРОЕКТИВНА ГЕОМЕТРІЯ

### **Проективні перетворення площини, прямої, їх властивості**

Паралельні і центральні проектування. Поняття проективного простору. Перспективна відповідність між площиною і в'язкою прямих. Невласні елементи. Розширена площина. Аксіоми проективного простору. Проективні координати. Принцип двоїстості. Теорема Дезарга. Проективні перетворення. Група проективних перетворень. Предмет проективної геометрії. Подвійне відношення і його інваріантність. Гармонічні четвірки точок. Властивості повного чотиривершинника.

### **Лнії другого порядку на проективній площині.**

#### **Методи зображення фігур**

Лнії другого порядку на проективній площині. Теореми Паскаля, Паппа-Паскаля, Штейнера і Бріаншона. Поліос і поліара. Поняття про поліарну відповідність. Конструктивні теореми і задачі. Застосування до розв'язування задач шкільного курсу геометрії. Геометрія на проективній площині з фіксованою прямою. Евклідова та афінна геометрії з проективної точки зору.

Зображення плоских і просторових фігур в паралельній проекції. Ортогональне проектування. Зображення кола і сфери. Аксонометрія. Теорема Польке-Шварца. Зображення прямих і площин. Позиційні і метричні задачі. Повні і неповні зображення, їх застосування при вивченні стереометрії. Короткі відомості про перспективу.

## ДИФЕРЕНЦІАЛЬНА ГЕОМЕТРІЯ

**Диференціальна геометрія кривих ліній.**

Векторні функції скалярного аргументу. Означення, границя, неперервність. Властивості. Похідна, диференціал. Властивості. Годограф, звичайні та особливі точки, проста дуга.

Криві в просторі. Основні поняття. Означення кривої. Звичайні та особливі точки. Проста дуга. Еквівалентні параметризації. Дотична пряма і нормальна площина до кривої, заданої векторною параметризацією.

Довжина дуги кривої. Природна параметризація. Топологічні відображення метричних просторів. Елементарні криві. Основна лема. Довжина дуги елементарної кривої. Довжина дуги як параметр. Природна параметризація.

Тригранник Френе. Стична площина просторової кривої. Точки розпрямлення. Тригранник Френе та рівняння його елементів. Одиначні вектори тригранника та їх знаходження.

Кривина та скрут просторової кривої. Означення кривини кривої та її обчислення у випадку природної параметризації. Формули Френе. Скрут. Умови розпрямлення та уплощення кривої. Обчислювальні формули для кривини та скруту кривої у випадку довільної параметризації.

Плоскі криві. Стичне коло плоскої кривої. Векторне рівняння еволюти. Властивості. Векторне рівняння евольвенти. Властивості.

**Диференціальна геометрія поверхонь. Елементи топології**

Поверхні. Криві на поверхні. Векторне рівняння поверхні. Звичайні та особливі точки. Еквівалентні параметризації. Прості параметризації. Елементарні поверхні. Координатна сітка на поверхні. Рівняння дотичної площини та нормалі до поверхні, заданої векторною параметризацією. Рівняння дотичної площини та нормалі до поверхні, заданої рівнянням в ортонормованому репері.

Перша квадратична форма поверхні. Перша квадратична форма та її коефіцієнти. Довжина дуги кривої на поверхні. Кут між двома кривими на поверхні. Площа області на поверхні.

Друга квадратична форма поверхні. Поняття другої квадратичної форми. її подання у вигляді скалярного добутку. Основна формула для кривини кривої на поверхні. Теорема Меньє.

Головні кривини. Гаусова кривина поверхні. Формула Ейлера для кривини нормального перерізу. Обчислення головних кривих та головних напрямків. Гаусова кривина. Типи точок на поверхні.

Внутрішня геометрія поверхні. Ізометричні поверхні. Збереження внутрішньої геометрії поверхні при вигинанні. Теорема Гауса. Поняття про теорему Гауса-Бонне. Гаусова кривина поверхні обертання. Гаусова кривина псевдосфери. Реалізація геометрії Лобачевського на псевдосфері та геометрії Рімана на сфері.

Топологічні простори. Топологічний простір. Зв'язок з метричним простором. Неперервні відображення і гомеоморфізми. Перетворення топології при гомеоморфізмі. Топологічний многовид. Приклад з сферою.

Двовимірні топологічні многовиди. Клітка. Клітчасті многовиди. Ейлерова характеристика. Теорема Ейлера. Орієнтовані та неорієнтовані многовиди. Приклади. Лист М'юбіуса. Сфери з дірами і ручками.

Криві та поверхні в топологічних многовидах. Вкладення та занурення топологічних просторів. Криві в топологічних многовидах. Регулярні криві. Поверхні в топологічних многовидах. Приклади. Регулярні поверхні.

### 3. АЛГЕБРА

#### ЛІНІЙНА АЛГЕБРА

#### Алгебраїчні системи. Групи, кільця, поля

##### **Елементи теорії множин.**

Поняття множини, підмножини. Операції над множинами та їхні властивості. Універсальна множина. Закони де Моргана.

##### **Відношення, відповідності, відображення.**

Прямий добуток множин. Бінарні алгебраїчні відношення на заданій множині. Відношення еквівалентності. Фактор-множина. Відповідності та відображення. Композиція відображень. Взаємно-однозначні відображення. Поняття функції.

##### **Алгебраїчні системи. Групи.**

Бінарні алгебраїчні операції. Поняття алгебраїчної системи. Приклади алгебраїчних систем. Поняття групи, підгрупи. Таблиці Келі. Теорема Келі. Суміжні класи. Теорема Лагранжа. Нормальні дільники групи. Фактор-групи

##### **Кільця, поля.**

Поняття кільця, поля. Основні властивості кілець та полів. Підкільця, підполя та їхні найпростіші властивості. Гомоморфізми та ізоморфізми алгебраїчних систем.

##### **Основні числові системи.**

Множина натуральних чисел з точки зору теорії алгебраїчних систем. Кільце цілих чисел. Поле раціональних чисел. Впорядковані поля. Аксиоматичне означення поля дійсних чисел. Побудова поля комплексних чисел. Узагальнене поняття числового поля.

#### Векторні простори

##### **Векторні простори. Підпростори векторного простору.**

Поняття векторного простору та його найпростіші властивості. Векторні підпростори. Лінійні комбінації та лінійні оболонки системи векторів.

##### **Лінійно залежні та лінійно незалежні системи векторів.**

Лінійно залежні та лінійно незалежні системи векторів. Властивості лінійно залежних та лінійно незалежних систем векторів. Основна теорема про дві системи векторів. Ранг системи векторів.

## **Базис та вимірність векторного простору.**

Базис та вимірність векторного простору. Координати вектора. Ізоморфізм векторних просторів.

## **Переріз і сума векторних підпросторів.**

Переріз, сума і пряма сума векторних підпросторів. Вимірність суми двох векторних підпросторів. Вимірність прямої суми векторних підпросторів.

## **Матриці. Визначники. Системи лінійних рівнянь**

### **Матриці.**

Поняття матриці. Види матриць. Додавання матриць, множення матриці на число. Векторний простір матриць. Множення матриць та його властивості.

### **Визначники.**

Перестановки. Парні та непарні перестановки. Поняття визначника квадратної матриці. Визначник транспонованої матриці. Властивості визначників. Визначник добутку двох матриць. Мінори та їх алгебраїчні доповнення. Теорема Лапласа. Способи обчислення визначників.

### **Системи лінійних рівнянь. Розв'язування систем лінійних рівнянь.**

Поняття системи лінійних рівнянь і її розв'язку. Рівносильні системи лінійних рівнянь. Розв'язування систем лінійних рівнянь методом послідовного виключення невідомих та методом Жордана-Гауса.

### **Ранг матриці. Критерії сумісності та визначеності системи лінійних рівнянь.**

Ранг матриці. Знаходження рангу матриці за допомогою елементарних перетворень та за допомогою мінорів. Критерії сумісності і визначеності системи лінійних рівнянь. Критерій сумісності квадратної системи лінійних рівнянь.

### **Невироджені матриці.**

Вироджені та невірроджені матриці. Елементарні матриці. Невірроджені матриці як добутки елементарних матриць. Обернена матриця. Знаходження оберненої матриці за допомогою елементарних перетворень та за допомогою визначників.

Матрична форма запису системи лінійних рівнянь. Розв'язування систем лінійних рівнянь матричним способом. Формули Крамера. Матриці переходу. Зв'язок між координатами вектора в різних базисах векторного простору.

### **Однорідні системи лінійних рівнянь.**

Однорідні системи лінійних рівнянь. Підпростір розв'язків і фундаментальна система розв'язків однорідної системи лінійних рівнянь. Зв'язок між розв'язками неоднорідної і зведеної однорідної систем лінійних рівнянь.

## **Лінійні оператори та квадратичні форми**

### **Лінійні оператори.**

Поняття лінійного оператора, приклади лінійних операторів. Матриця лінійного оператора. Зв'язок між координатами вектора і його образу. Зв'язок між матрицями лінійного оператора в різних базисах, подібні матриці. Ядро та образ

лінійного оператора. Ранг і дефект. Оборотні лінійні оператори. Векторний простір лінійних операторів. Добуток лінійних операторів.

### **Власні вектори і власні значення лінійного оператора.**

Власні вектори і власні значення лінійного оператора. Характеристичне рівняння. Властивості власних векторів і власних значень. Інваріантні та власні підпростори відносно лінійного оператора. Лінійні оператори простої структури та лінійні оператори з простим спектром. Умови, за яких матриця подібна діагональній матриці.

### **Квадратичні форми.**

Білінійні та квадратичні функції. Білінійні та квадратичні форми. Матриця білінійної (квадратичної) функції в деякому базисі. Зв'язок між матрицями білінійної (квадратичної) функції в різних базисах. Еквівалентні квадратичні форми. Канонічний і нормальний види дійсних квадратичних форм. Зведення квадратичної форми до канонічного виду. Додатно визначені квадратичні функції та форми. Критерій Сільвестра.

### **Евклідові векторні простори**

#### **Евклідові векторні простори.**

Скалярний добуток векторів та його властивості. Поняття евклідового векторного простору. Довжина вектора, кут між векторами. Ортогональні системи векторів. Ортогоналізація системи векторів. Ортонормовані базиси. Ортогональні матриці. Матриця переходу від ортонормованого базису до ортонормованого. Визначник Грама системи векторів. Критерій лінійної залежності системи векторів на основі визначника Грама. Ортогоналізація системи векторів за допомогою визначників Грама. Ортогональне доповнення підпростору евклідового векторного простору. Ізоморфізм евклідових векторних просторів.

#### **Лінійні оператори в евклідовому векторному просторі.**

Лінійні функціонали. Спряжені оператори та їхні властивості. Симетричні, ортогональні оператори та їхні властивості.

#### **Квадратичні функції в евклідовому векторному просторі.**

Ортогональне перетворення змінних. Зведення квадратичної форми до канонічного виду за допомогою ортогонального перетворення змінних. Зведення рівняння лінії, поверхні другого порядку до канонічного виду.

## АЛГЕБРА І ТЕОРІЯ ЧИСЕЛ

### **Теорія подільності на множині цілих**

Відношення подільності, його найпростіші властивості. Кількість та сума дільників. Теорема про ділення з остачею та її застосування. Прості числа. Нескінченність множини простих чисел. Решето Ератосфена. Розклад цілих чисел на прості множники і його єдиність. Найбільший спільний дільник. Взаємно прості числа. Найменше спільне кратне. Алгоритм Евкліда і його застосування. Розподіл простих чисел, нерівність Чебишова. Ланцюгові дробі.

### **Елементи теорії конгруенцій**

Конгруенції на множині цілих чисел, їх властивості. Повна система лишків. Класи лишків за даним модулем. Повна та зведена система лишків. Функція Ейлера, мультиплікативність функції Ейлера. Теореми Ейлера та Ферма. Конгруенції першого степеня з одним невідомим. Критерій існування розв'язків конгруенції першого степеня, методи розв'язування. Арифметичні застосування теорії конгруенцій.

### **Кільце многочленів від однієї змінної**

#### **Побудова кільця многочленів над областю цілісності.**

Побудова кільця многочленів над областю цілісності. Дії над многочленами. Степінь суми та добутку. Кільце многочленів над областю цілісності як область цілісності. Функціональне тлумачення многочленів.

#### **Многочлени над полем.**

Кільце многочленів як евклідове кільце. Теорема про ділення з остачею. Теорема Безу. Схема Горнера. Розклад многочлена за степенями двочлена. НСД многочленів. Алгоритм Евкліда. НСК многочленів. Кільце многочленів як кільце головних ідеалів.

Звідні та незвідні многочлени та їх властивості. Теореми про розклад многочлена в добуток незвідних множників. Канонічний розклад многочлена. НСД многочленів у випадку їх канонічного розкладу.

Поняття кореня многочлена. Число коренів многочлена. Інтерполяційні многочлени Лагранжа та Ньютона. Поле розкладу. Теорема Вієта.

Похідна многочлена. Властивості похідної. Формула Тейлора. Теорема про кратний корінь. Відокремлення кратних множників.

### **Многочлени від багатьох змінних.**

#### **Многочлени від багатьох змінних.**

Побудова кільця многочленів від  $n$  змінних. Операції над многочленами. Лема про вищий член добутку.

Означення симетричних многочленів. Основні симетричні многочлени. Лема про показники в вищому члені многочлена. Основна теорема теорії симетричних многочленів. Теорема єдиності.

Результант двох многочленів. Властивості результанта. Дискримінант та його властивості. Критерій існування кратного кореня. Результант у формі Сільвестра. Розв'язування систем двох нелінійних рівнянь з двома невідомими.

### **Многочлени над числовими полями. Алгебраїчні числа.**

#### **Многочлени над числовими полями.**

Лема про модуль многочлена та наслідки з неї. Основна теорема теорії многочленів. Наслідки основної теореми теорії многочленів. Межі дійсних коренів. Метод Ньютона. Число дійсних коренів многочлена. Теорема Штурма. Рівняння третього степеня. Розв'язування рівнянь третього степеня з комплексними коефіцієнтами. Формули Кардано. Розв'язування рівнянь

четвертого степеня. Метод Феррарі. Дискримінант кубічного рівняння. Розв'язування рівнянь третього степеня з дійсними коефіцієнтами.

Многочлени над полем раціональних чисел. Лема Гаусса. Критерій звідності многочлена над полем раціональних чисел. Теорема Ейзенштейна. Відшукування раціональних коренів многочлена з раціональними коефіцієнтами.

### **Поле раціональних дробів. Елементарні дробі.**

Поле раціональних дробів. Правильні дробі. Представлення раціонального дробу у вигляді многочлена і правильного дробу. Елементарні дробі. Основна теорема про елементарні дробі. Теорема єдиності.

### **Алгебраїчні числа і скінченні розширення числових полів.**

Просте алгебраїчне розширення. Знищення ірраціональності в знаменнику дробу. Скінченні розширення полів. Поняття алгебраїчного розширення. Скінченність простих і складних алгебраїчних розширень. Алгебраїчність і простота скінченних розширень.

Поле алгебраїчних чисел. Поняття розв'язності рівнянь у квадратних радикалах. Зв'язок з розширеннями числових полів. Числа, що виражаються у квадратних радикалах. Розв'язність у квадратних радикалах рівнянь 3-го і 4-го степеня. Задачі, що зводяться до рівнянь, не розв'язних в квадратних радикалах.

## Структура і зміст іспиту, форма проведення.

Структура програми співбесіди охоплює весь зміст курсу математики за 4 роки навчання.

Випробування відбувається у формі співбесіди на основі питань, затверджених головою приймальної комісії. Час на підготовку — 60 хв.

### Критерії оцінювання

Рівень	Кількісна характеристика рівня	Характеристика відповідей вступника на питання теоретичного змісту
Не задовільний	«Не зараховано»	<p>Абітурієнт не усвідомлює змісту питання, його відповідь не має безпосереднього відношення до поставленого питання або відсутня зовсім, не вміє міркувати.</p> <p>Відповіді на питання носять фрагментарний характер, абітурієнт відтворює знання поверхово, на рівні запам'ятовування, не вміє застосовувати їх в змінених умовах, міркує шаблонно.</p>
Достатній	«Зараховано»	<p>У відповідях на запитання допускаються несуттєві недоліки або не грубі помилки. Абітурієнт демонструє розуміння змісту навчального матеріалу, знає властивості понять і вміє обґрунтовувати їх істинність, вміє логічно мислити, робити правильні висновки і судження.</p>
Високий	«Зараховано»	<p>Абітурієнт відповідає на запитання правильно, його відповідь повна і розгорнута, супроводжується власними прикладами, характеризується правильністю суджень.</p>

## Перелік рекомендованої навчальної літератури

1. Давидов М.О. Курс математичного аналізу, ч.1,ч.2,ч.3, К., "Вища школа", 1976, 1978, 1979 р.р.
2. Кудрявцев А.Д. Краткий курс математического анализа, М., "Наука", 1989 г.
3. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Х. Математический анализ, ч.1, ч.2, МГУ, 1979 г.
4. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального і інтегрального исчисления, ч.1, ч.2, ч.3, М., 1967, 1969, 1971 г.г.
5. Берман Г.Д. Сборник задач по курсу математического анализа, М., 1977 г.
6. Кузнецов М.Л. Сборник задач по высшей математике (ТР), м., 1983 г.
7. Демидович Б.П. Сборник задач по математическому анализу, М., "Наука", 1990 г.
8. Маркушевич А.И., Маркушевич Л.А. Введения в теорию аналитических функций, М., 1977 г.
9. Давыдов Н.А. Сборник задач по математическому анализу, М., 1973 г.
10. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного, М., 1984 г.
11. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа, I, II том. М., "Высшая школа" 1981 г.
12. Рудин У. Основы математического анализа, М., "Мир", 1976 г.
13. Очан Ю.С. Сборник задач по математическому анализу, М., "Просвещение", 1981 г.
14. Натансон І.П. Основи теорії функцій дійсної змінної, Київ, "Радянська школа", 1950 р.
15. Завало С.Т., Костарчук В.М., Хацет Б.І Алгебра і теорія чисел. Ч.І. К. «Вища школа», 1976, – 384 с.
16. Завало С.Т., Костарчук В.М., Хацет Б.І Алгебра і теорія чисел. Ч.ІІ. К. «Вища школа», 1976, – 364 с.
17. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М. «Наука», 1971, – 384 с.
18. Фаддеев Д. К., Лекции по алгебре.– Москва: Наука, – 1983.
19. Завало С.Т., Левіщенко С.С., Пилаєв В.В., Рокицький І.О. Алгебра і теорія чисел. Практикум: В 2-х ч. — К.: Вища школа, 1983. — Ч.1. — 232с.
20. Завало С.Т., Левіщенко С.С., Пилаєв В.В., Рокицький І.О., Алгебра і теорія чисел. Практикум. ч. II. К: Вища школа, 1983.
21. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. М: Наука, 1972.
22. Проскуряков И. В., Сборник задач по линейной алгебре.– Москва: Наука, – 1974.
23. Атанасян Л.С.,Базилев. В.Т. Геометрія, ч.ІІ, М., Просвещение,1987.-348 с.
24. Базилев. В.Т і ін. Геометрія ч. II., М., Просвещение,1975.- .364 с.
25. Атанасян Л.С. і ін. Геометрія, ч.ІІ, М., Просвещение,1984.- 324 с.
26. Базилев В.Т. і ін., Збірник задач з геометрії.М., Просвещение, 1980.
27. Атанасян Л.С. і ін., Збірник задач з геометрії. ч.І. ч.ІІ М., Просвещение 1973.,1975.
28. Павлов В.О. Збірник задач з проєктивної геометрії. К., Вища школа. 1974.
29. Назаретский В.Е Задачник-практикум по элементарной геометрии. М 1967.